Witold Urbanik

Jak wygląda elektron, gdy nikt nie patrzy?

Zeszyty Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej im. Witelona w Legnicy 7, 71-83

2011

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

Zeszyty Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej im. Witelona w Legnicy
ISSN 1896-8333 nr 7/2011

Witold Urbanik
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa im. Witelona w Legnicy,
Wydział Zarządzania i Informatyki

Jak wygląda elektron, gdy nikt nie patrzy?

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono w prosty sposób wyprowadzenie nierówności Bella, odgrywającej ważną rolę w próbach zrozumienia natury cząstek elementarnych. Nierówność ta, wyprowadzona przy pewnych „rozsądnych" założeniach realizmu i lokalności, nie jest spełniona w mikroświecie. Oznacza to więc, że owe założenia nie muszą należeć do paradygmatu poznania mikroświata. Jego „dziwność" stawia wysokie wymagania naszej wyobraźni opartej na intuicji wywodzącej się ze świata makroskopowego.

Słowa kluczowe: nierówność Bella, eksperyment Sterna–Gerlacha, mechanika kwantowa, splątanie kwantowe, realizm, lokalność

1. Wstęp. W jaki sposób istnieją cząstki elementarne?

Tytułowe pytanie może postawić każdy, kogo ciekawi świat, nie tylko ten, który możemy poznać własnym wzrokiem, dotykiem, słuchem… Ta sama dociekliwość kierowała Kolumbem, który chciał poznać, co jest za wielką wodą, czy pionierami badań kosmicznych, którzy chcieli zobaczyć drugą stronę Księżyca. To pytanie dotyka bardzo podstawowych cech świata cząstek elementarnych – tego świata, którego dziwne prawa zaczęto poznawać u początków ubiegłego wieku, gdy powstawała nowa gałąź fizyki zajmująca się mikroświatem, zwana fizyką kwantową. Na drodze jej rozwoju napotkano problemy dotyczące głębokich filozoficznych podstaw istnienia świata fizycznego oraz granic jego poznania. I właśnie jeden z takich problemów zawiera proste z pozoru tytułowe pytanie. Trzeba jednak na wstępie stwierdzić, że tak postawione w zasadzie… **nie ma sensu** i – jeżeli już – to można je rozumieć tylko jako pewną metaforę. W odniesieniu do elektronu czasowniki „wyglądać" i „patrzyć" są nie na miejscu. Czy elektron lub inną cząstkę elementarną można w ogóle *zobaczyć*? Nasze oko widzi, a mózg analizuje informację zawartą w docierającym do niego strumieniu światła emitowanego przez przedmiot obserwacji lub od niego odbitego. Jak przekonaliśmy się w wieku XX, ale i znacznie wcześniej, niektórzy badacze przyrody intuicyjnie doszli do tego, że światło można traktować jako strumień cząstek zwanych fotonami. Jeśli przyrównamy cząstkę elementarną do ziarnka piasku, to czy moglibyśmy je wykryć, „oświetlając" je strumieniem wody z sikawki strażackiej? Do tego potrzeba bardziej subtelnych metod. Aby *zobaczyć* cząstkę elementarną, należy na przykład trafić ją inną pojedynczą cząstką

i zaobserwować, czyli zmierzyć przy pomocy czułych przyrządów, efekty tego zderzenia. Tak odkrywano cząstki elementarne i większe obiekty mikroświata, takie jak jądra atomów, a i nadal są nadzieje na dalsze odkrycia. W tym celu buduje się mniejsze czy większe „działa" rozpędzające cząstki elementarne. Do tego typu urządzeń należy niedawno zbudowany, a już słynny, Wielki Zderzacz Hadronów (LHC)[1].

Musimy się pogodzić z tym, że cząstki elementarnej nie możemy *zobaczyć* tak jak obiektu makroskopowego, jakim jest na przykład lecąca piłka. Istotna różnica polega na tym, że piłka jako obiekt makroskopowy istnieje dla nas poprzez **niezliczoną liczbę cech** ją określających: kolor, materiał, fakturę z jej drobnymi szczegółami, kształt… i tak dalej, i tak dalej. Ta mnogość cech tworzy tożsamość, niepowtarzalność i odróżnialność od innych obiektów. W przypadku pojedynczych cząstek elementarnych, np. elektronu, eksperyment dostarcza nam jedynie informacji o bardzo ograniczonej liczbie cech (atrybutów), zwykle tylko jednej (np. o położeniu, pędzie). Elektron lub inna cząstka jest dostępna – i w jakimś sensie istnieje dla nas – tylko poprzez ten atrybut powodujący subtelną reakcję naszej aparatury pomiarowej. Stwierdzenie „elektron znajduje się tu" jest skrótem myślowym. W istocie możemy powiedzieć tylko, że nasz przyrząd pomiarowy odebrał sygnał „bycia tu", czyli że „pojawił się sygnał, że zdarzyło coś w tym, a nie innym miejscu". Mając dostęp jedynie do atrybutów, dla uproszczenia języka naszego opisu dobudowujemy do nich pewną rzeczywistość, w której żyją hipotetyczne byty. Wyobraźmy sobie następującą, nieco makabryczną, sytuację. Od urodzenia żyjemy w całkowicie zaciemnionym pokoju i do tego mamy ograniczoną swobodę ruchu. Co pewien czas słyszymy bzyczenie. Wyobrażamy sobie, że za tym atrybutem stoi jakiś byt, który wysyła ten dźwięk. Decydujemy się nazywać ten byt „muchą". W tej sytuacji „mucha" to w istocie dla nas synonim „czystego" atrybutu: „bzyczenia". Jeśli usłyszymy inny dźwięk, to prawdopodobnie uznamy, że to już nie jest „mucha". Pojawiają się jednak pewne problemy „metafizyczne". Czy gdy słyszymy bzyczenie, to zawsze jest ta sama mucha? A może ta sama mucha może wydawać różne dźwięki? Tu musimy uważać! Zadając takie pytania, bezwiednie czynimy pewne z pozoru oczywiste założenie. Mianowicie przyjmujemy, że za dostępnymi nam atrybutami (cechami) stoją jakieś *byty, które posiadają te atrybuty nawet, gdy ich nie obserwujemy*. Innymi słowy – „przymiotniki" odpowiadają jakimś „rzeczownikom". Taką postawę teoriopoznawczą polegającą na założeniu, że cechy obiektu istnieją niezależnie od obserwacji, nazywa się **realizmem**. Czasami dodaje się jeszcze przymiotnik **lokalny**, gdy twierdzimy, że o tym, co się fizycznie dzieje „tu i teraz", decydują tylko czynniki, które występują „tu i teraz". Czy realizm teoriopoznawczy ma jakąś rozsądną alternatywę we współczesnych naukach przyrodniczych? Czy cząstka elementarna może istnieć „w inny sposób" niż obiekt makroskopowy, na przykład piłka? Filozofowie wyraziliby to w pytaniu o ewentualną różnicę w *statusie ontycznym*, czyli „sposobie bycia", między cząstką i piłką. Czy ma sens zastanawianie się nad problemami tego typu? Ano, poczekajmy.

---

[1] Więcej informacji o LHC można znaleźć np. na stronie: http://lhc.fuw.edu.pl

2. Dziwne prawa świata cząstek elementarnych

Ponieważ w mikroświecie mamy dostęp tylko do cech (atrybutów) cząstek elementarnych, a cechy są **nierozróżnialne** (jak w makroświecie – nie można odróżnić „kulistości" od „kulistości" czy „białości" od „białości"), to cząstki, a raczej te hipotetyczne obiekty, które nazywamy cząstkami, też są **nierozróżnialne**. Nie można do konkretnego elektronu przywiązać kokardki albo go zaobrączkować, by móc śledzić jego losy.

Innym „dziwnym" prawem mikroświata jest tak zwana **zasada nieoznaczoności Heisenberga**[2]. Mówi ona, że nie można **jednocześni**e poznać **dokładnych** wartości pewnych wielkości fizycznych opisujących cząstkę. Nie wynika to z naturalnego ograniczenia dokładności naszych pomiarów wynikającego z niedoskonałości przyrządów pomiarowych lub naszych umiejętności, lecz jest to nieusuwalna cecha mikroświata. Na przykład, jeżeli znamy dokładne położenie elektronu, to nie możemy z dowolną dokładnością zmierzyć jego pędu. Ściślej mówiąc, iloczyn wartości „niedokładności" określenia położenia (oznaczmy ją przez Δx) oraz „niedokładności" pędu Δp nie może być mniejszy od pewnej określonej wartości, która jest wyrażona przez jakąś stałą o randze podstawowej stałej fizycznej $\hbar$ zwanej **stałą Diraca**[3] lub częściej po prostu „h kreślone". Stała ta powiązana jest z inną zwaną **stałą Plancka**[4] h wzorem $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Tak więc zasada nieoznaczoności może zostać wyrażona przez nierówność:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Podobna nierówność wiąże „niedokładność" określenia czasu Δt i energii $\cdot \Delta E$:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Ta ostatnia oznacza, że w przypadku **bardzo krótkich przedziałów czasu** (małe Δt) energia cząstki nie jest dokładnie określona (duża „niedokładność" ΔE), a więc na chwilę może zostać złamana… zasada zachowania energii – fundamentalna zasada fizyki, która głosi, że nie może powstać „coś" z „niczego"! Z pustki, która ma oczywiście energię zerową, mogą więc wyskakiwać cząstki, czyli obiekty o niezerowej energii, aby jednak zaraz zniknąć. Próżnia buzuje więc wciąż pojawiającymi się z niebytu i znikającymi wirtualnymi cząstkami.

Zasada nieoznaczoności jest konsekwencją **nieprzemienności pomiarów** w ramach wyżej wspomnianych par wielkości fizycznych (x i p oraz t i E). Jeśli najpierw zmierzymy

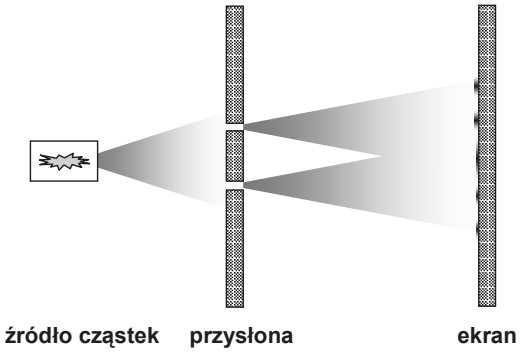
---

[2] Werner Karl Heisenberg – niemiecki fizyk (1901–1976), laureat Nagrody Nobla w 1932 roku.

[3] Paul Adrian Maurice Dirac – brytyjski matematyk i fizyk (1902–1984), laureat Nagrody Nobla w 1933 roku.

[4] Max Karl Ernst Ludwig Planck – (1858–1947), laureat Nagrody Nobla w 1918 roku.

na przykład położenie x cząstki a potem jej pęd p, a następnie uczynimy to w odwrotnej kolejności, to wyniki będą różne. Innymi słowy pomiar jednej wielkości fizycznej wpływa na pomiar innej.



Rys. 1. Eksperyment z dwiema szczelinami (ilustracja własna)

Przedstawione powyżej „dziwne" prawa mikroświata są w pewnym sensie konsekwencją równie „dziwnej" i nieintuicyjnej własności cząstek. No właśnie, czy na pewno *cząstek*? Podczas pewnych eksperymentów obiekty, które zasiedlają mikroświat, zwane cząstkami, ukazują drugą twarz, a jest to twarz… fali. Jakże bowiem inaczej interpretować sytuację, gdy strumień elektronów lub fotonów (cząstek światła) przepuszczany przez dwie szczeliny w postawionej na jego drodze przesłonie daje na ekranie obraz interferencyjny (patrz rys. 1). Na ekranie widać bowiem obszary, które wskazują na wzajemne wygaszenie („anihilację") dwu strumieni przepuszczanych przez szczeliny, oraz inne obszary, gdzie występuje wzmocnienie. Taki efekt jest charakterystyczny dla zjawisk falowych. A więc cząstki zachowują się *w tym eksperymencie* jak fale. Jako cząstki nie mogłyby przecież znikać przy wzajemnym spotkaniu. Nie obserwujemy znikania kul bilardowych, gdy zbliżą się do siebie. W przypadku światła efekt interferencji nas nie dziwi, bo jesteśmy przyzwyczajeni do myślenia o nim jako o fali elektromagnetycznej, choć, jak wspomniano, można je traktować również jako strumień cząstek (fotonów). Już Izaak Newton przeczuwał, że można i tak patrzeć na światło.

W innych eksperymentach badane obiekty wyraźnie przejawiają naturę korpuskularną (cząsteczkową). Ta dwoistość okazywana przez obiekty mikroświata nazywana jest **dualizmem korpuskularno-falowym**. Ale nie jest to tylko właściwość cząstek elementarnych. Ów dualizm jest bowiem cechą całego świata fizycznego. Z każdym obiektem, także makroskopowym, można skojarzyć pewną falę, a z falą – cząstkę. Można traktować to tylko jako pewien ciekawy „fakt matematyczny". Eksperymentalnie uzyskano jednak efekt interferencyjny nawet w przypadku obiektów większych niż cząstki elementarne, a mianowicie cząsteczek chemicznych zbudowanych z kilkudziesięciu atomów. Pozostaje pytanie: Jaki charakter ma owa fala związana z takim czy innym obiektem „korpuskularnym"? Jak należy ją interpretować? Zastanawiano się nad tym od początków fizyki kwantowej. Pozostawmy ten

problem na boku, bo nie jest on bezpośrednio związany z tytułowym pytaniem[5]. Wystarczy tylko wspomnieć, że gdy zwiększamy informację o obiekcie, to z fali staje się „bardziej" cząstką. Efekt interferencyjny we wspomnianym wyżej eksperymencie z dwiema szczelinami znika, gdy kontrolujemy, przez którą szczelinę przeszła cząstka.

3. Eksperyment Sterna-Gerlacha, czyli jak można zmierzyć spin elektronu

Wróćmy jednak do głównego tematu. Pobawimy się trochę elektronami, choć praktyczniej byłoby do tych celów użyć fotonów, które skutecznie są wykorzystywane w różnych wersjach eksperymentów podobnych opisanemu niżej. Doświadczenia te zostały zaliczone do grona tych najważniejszych, które przyniosły fizyce ważne i rozstrzygające wyniki. Dodatkowo ich wyjątkowość polega na przeniesieniu istotnego pytania z dziedziny filozofii przyrody (teorii poznania i bytu) do laboratorium fizycznego. Spekulatywna metoda filozofii nie dała definitywnej odpowiedzi – miał ją dać eksperyment. O jakie pytanie chodziło? Ano o to zawarte w tytule, czyli pytanie, czy realizm jest prawidłową postawą teoriopoznawczą w odniesieniu do fizyki kwantowej jako fizyki mikroświata, a w istocie całej fizyki, skoro z obiektów mikroświata zbudowany jest cały Wszechświat. Tu trzeba wspomnieć nazwisko Alaina Aspecta[6], który wraz z grupą współpracowników na początku lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku z sukcesem kontynuował rozpoczęte o dekadę wcześniej eksperymenty w dziedzinie podstaw fizyki kwantowej. Później dołączył do tego nurtu badań Anton Zeilinger[7].

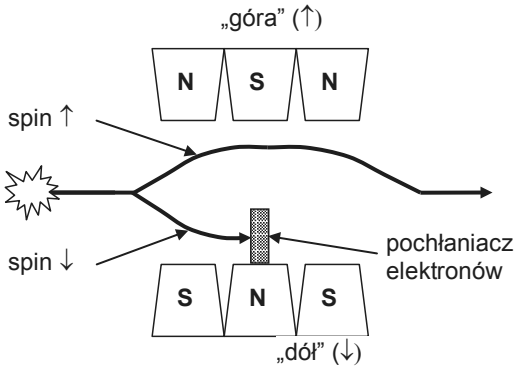
Wróćmy do naszych elektronów. Każdy z nich oprócz elementarnego ładunku elektrycznego posiada pewną dodatkową własność określaną mianem **spinu**. Na użytek naszych rozważań wystarczy przyjąć, że spin czyni elektron małym magnesem. Okazuje się, że w polu magnetycznym rzut spinu w kierunku pola może przyjmować tylko określone dwie wartości, a mianowicie ½ lub −½. Nie jest istotne, jakie to wartości – ważne, że są dwie. W fizyce kwantowej, co sugeruje w jej nazwie sam przymiotnik, wiele wielkości fizycznych jest skwantowanych, czyli może przyjmować tylko wartości dyskretne. Możemy sobie wyobrazić spin, a właściwie rzut spinu, jako strzałkę skierowana w jedną bądź drugą stronę wzdłuż kierunku linii pola (umownie odpowiednio „w górę" lub „w dół").

---

[5] Zainteresowani podstawami fizyki współczesnej mogą sięgnąć do przystępnie napisanej książki Marcusa Chowna [Chown M.] oraz wielu innych publikacji o różnym poziomie trudności, ale i niestety różnej jakości. Przykładowo można polecić pozycję [Gribbin J.] lub trudniejszą i nieco kontrowersyjną [Penrose R.]. Wielką ilość wiedzy wspartej elementami multimedialnymi (zdjęcia, filmy, animacje) można znaleźć w internecie (np. powiązane z tematem [Harrison D.], [Czachor M.], [Mermin N. D.], [Schneider D. R.] oraz symulacja komputerowa eksperymentu związanego z nierównością Bella [internet]). Niestety, jak to w sieci, można trafić także na nierzetelne publikacje. Można jednak ufać stronom akademickim oraz powiązanym z organizacjami i agencjami badawczymi (np. NASA).

[6] Alain Aspect – fizyk francuski.

7 Anton Zeilinger – fizyk austriacki.



Rys. 2. Filtr Sterna–Gerlacha (ilustracja własna)

Elektrony o różnej wartości spinu w kierunku pola magnetycznego poruszają się inaczej w tym polu. Pozwala to wydzielić ze strumienia elektronów tylko te, które mają określoną wartość spinu (rzutu spinu) w kierunku pola. Tylko one przechodzą przez taki filtr. Na rys. 2 przedstawiony jest uproszczony schemat takiego urządzenia zwanego filtrem Sterna[8]–Gerlacha[9]. Można dodatkowo obracać nim wokół osi nadbiegającego strumienia elektronów, czyli zmieniać kierunek „filtrującego" pola magnetycznego, mierząc w ten sposób udział elektronów przechodzących przez filtr w całym strumieniu.

4. Pomiar spinu dla elektronów splątanych

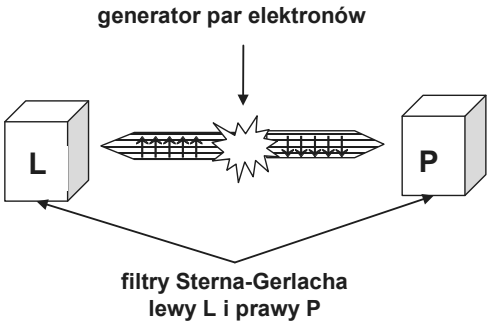
Przejdźmy do eksperymentu podobnego do przeprowadzanych przez wspomnianego Alaina Aspecta na fotonach. Potrzebne będą dwa filtry Sterna–Gerlacha i źródło strumienia elektronów – ale źródło bardzo specjalne. Generowane są w nim pary elektronów o spinach skorelowanych. Fizycy mówią wtedy o elektronach „splątanych". Jeżeli na przykład cząstka bez spinu rozpada się na dwie cząstki, to ich spiny zgodnie z jedną z zasad zachowania, muszą być przeciwne (przeciwnie skierowane), czyli w sumie dawać spin zerowy. Na rys. 3 przedstawiony jest schemat układu doświadczalnego. Eksperyment polega na zliczaniu przejść elektronów przez lewy (L) i prawy (P) filtr przy różnych względnych ustawieniach ich kierunków przepuszczania. Fizyka kwantowa przewiduje, a eksperyment to potwierdza, że gdy kąt między tymi kierunkami jest równy φ, to na N stwierdzonych przejść elektronów przez

[8] Otto Stern – niemiecki fizyk (1888-1969), odkrył spin elektronu w 1922, laureat Nagrody Nobla w 1943.

[9] Walter Gerlach – niemiecki fizyk, (1889-1879).

jeden z filtrów przypada M = κ · N jednoczesnych przejść przez drugi z nich. Współczynnik κ wyrażony jest następującym wzorem:

$$\kappa = sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right).$$



Rys. 3. Eksperyment na parach elektronów (ilustracja własna)

Sprawdzimy powyższą regułę w szczególnych przypadkach. Gdy przekręcimy lewy filtr względem prawego o φ = 180º, czyli ustawimy „do góry nogami", to $sin(90º) = 1$, a więc κ = 1. Wynik wygląda na prawidłowy. Jak wyżej wspomniano, spiny elektronów z lewej wiązki są przeciwne do spinów z wiązki prawej. Jeżeli elektron przejdzie przez prawy filtr, to jego „splątany" przeciwnie skierowany towarzysz przejdzie przez filtr lewy ustawiony „do góry nogami". Gdy kąt φ = 0º, czyli oba filtry są ustawione tak samo, to κ = 0, bowiem $sin(0º) = 0$. To też zgadza się z naszą intuicją. Wspomniany splątany towarzysz elektronu nie przejdzie przez filtr lewy. Będą nam później potrzebne jeszcze dwie wartości współczynnika κ:

$$\varphi = 45º \Rightarrow \kappa = 0{,}15,$$
$$\varphi = 90º \Rightarrow \kappa = 0{,}50.$$

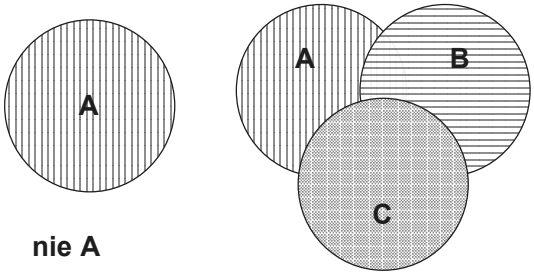
Wynika stąd, choć na pierwszy rzut oka może to się wydawać dziwne, że gdy kierunki filtrów nie są równoległe, czyli φ ≠ 0º i φ ≠ 180º, to jednak niektóre „lewe" elektrony przechodzą. Można tu wspomnieć, że podobne zjawisko występuje w przypadku przechodzenia światła spolaryzowanego przez parę polaryzatorów (filtrów polaryzacyjnych). Pamiętajmy jednak, że należy być ostrożnym przy stosowaniu w świecie cząstek elementarnych intuicji ze świata makroskopowego.

Przerwiemy ten wywód, aby poświęcić chwilę prostym, wręcz szkolnym, rozważaniom z dziedziny teorii mnogości[10].

---

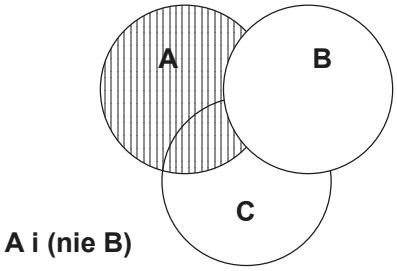
[10] Ideę prostego wyprowadzenia nierówności Bella zaczerpnięto z [Harrison D.], podobnie w [Czachor M.].

5. Wyprowadzenie pewnej dość oczywistej formuły dla trzech zbiorów



Rys. 4 Diagramy Venna zbiorów (ilustracja własna)

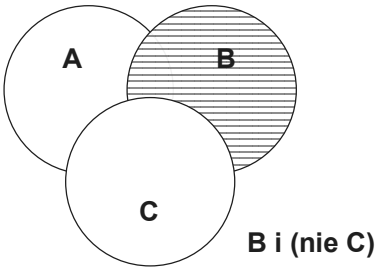
Abstrakcyjny zbiór, czyli zbiór „czegokolwiek", będziemy symbolicznie oznaczać według powszechnie stosowanej konwencji zwanej diagramami Venna poprzez narysowanie koła. Na rys. 4 po lewej stronie mamy właśnie takie przykładowe koło przedstawiające zbiór, który nazwaliśmy A. Zakreskowane wnętrze koła wraz z jego brzegiem graficznie wyobraża elementy należące do tego zbioru, a otoczenie koła, a więc „wszystko, co nie jest kołem", reprezentuje elementy do tego zbioru nienależące, czyli tworzące jego dopełnienie, które oznaczymy przez „nie A".



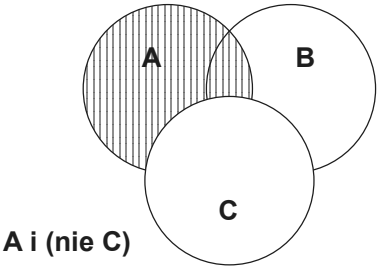
Rys. 5 Zakreskowany zbiór elementów należących do A, ale nie do B (ilustracja własna)

Gdy narysujemy kilka kół symbolizujących różne zbiory, ich zachodzące na siebie części przedstawiają wspólne elementy tych zbiorów. Na rys. 4 po prawej stronie widać najogólniejszą postać „rozetki" utworzonej z trzech kółek symbolizujących zbiory A, B i C. Mamy tu elementy należące tylko do jednego zbioru: obszar zakreskowany pionowo – do zbioru A, poziomo – do zbioru B i szary – do zbioru C. Poza tym w obszarze kratkowanym znajdują się elementy należące jednocześnie do dwu zbiorów A oraz B i podobnie pionowo zakreskowany szary obszar obejmuje elementy należące jednocześnie do A i C, a zakreskowany poziomo

szary obszar – elementy należące jednocześnie do B i C. W końcu środkowy szary kratkowany „nibytrójkat" reprezentuje elementy wspólne dla wszystkich trzech zbiorów. Myśląc o trzech zbiorach zawsze możemy przywołać do wyobraźni taki obrazek bez niebezpieczeństwa utraty ogólności naszych rozważań.



Rys. 6 Zakreskowany zbiór elementów należących do B, ale nie do C (ilustracja własna)



Rys. 7 Zakreskowany zbiór elementów należących do A, ale nie do C (ilustracja własna)

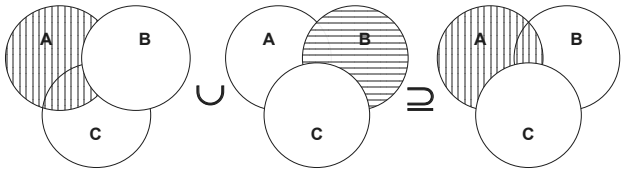
Na rys. 5 pionowymi liniami zaznaczono obszar symbolizujący te elementy zbioru A, które nie należą jednocześnie do zbioru B. Inaczej mówiąc, jest to zbiór będący częścią wspólną zbioru A i dopełnienia zbioru B (zbioru „nie B"), co zapisujemy [A ∩ nie B]. Podobnie na Rys. 6 zakreskowano poziomo część wspólną zbioru B i dopełnienia zbioru C czyli zbiór [B ∩ nie C]. I w końcu na rys. 7 pokazany jest zakreskowany zbiór elementów będący częścią wspólną zbioru A i dopełnienia zbioru C, czyli zbiór [A ∩ nie C]. Tyle – miejmy nadzieję, że zbędnej – powtórki ze szkoły.

A teraz chwila skupienia. Zauważmy, że jeżeli dodamy do siebie zakreskowane obszary na rys. 5 i rys. 6, to ten obszar będzie zawierał w sobie obszar zaznaczony na rys. 7. Tak więc ten ostatni zbiór jest podzbiorem sumy dwu pozostałych zbiorów (patrz rys. 8), co można zapisać:

$$[A \cap \text{nie } C] \subseteq [A \cap \text{nie } B] \cup [B \cap \text{nie } C].$$

Wynika stąd w sposób oczywisty, że suma liczności (liczby elementów), czyli mocy, zbioru [A ∩ nie B] oraz zbioru [B ∩ nie C] jest większa lub równa liczności zbioru [A ∩ nie C]:

$$\boldsymbol{Moc}[\mathrm{A} \cap \text{nie C}] \subseteq \boldsymbol{Moc}\,[\mathrm{A} \cap \text{nie B}] \cup \boldsymbol{Moc}\,[\mathrm{B} \cap \text{nie C}].$$



Rys. 8 „Nierówność Bella" dla zbiorów (ilustracja własna)

6. Kulminacja, czyli nierówność Bella i jej konsekwencje

Od tej dosyć oczywistej nierówności tylko jeden krok do nierówności sformułowanej przez Bella[11] w roku 1964 w publikacji [Bell J. S.] – oczywiście w bardziej ogólnej formie. Nierówność Bella jest jednym z większych osiągnięć na drodze ku zrozumieniu praw fizyki kwantowej. Wystarczy tylko nadać abstrakcyjnym zbiorom A, B i C sens zbiorów wyników w przedstawionym wyżej eksperymencie na parach elektronów. Pamiętamy, że kierunek spinu elektronu możemy określić bezpośrednio, gdy przejdzie przez filtr Sterna–Gerlacha ustawiony w określonym kierunku. Z drugiej strony można uzyskać pośrednio informację o jego spinie poprzez przejście lub nie jego towarzysza przez drugi filtr ustawiony inaczej. Na przykład prawy filtr jest ustawiony pod kątem 0° do pionu, a lewy pod kątem 45°. Załóżmy, że w przypadku obu filtrów obserwujemy przejście splątanych elektronów. Co więc w efekcie stwierdzamy? Prawy elektron **ma** spin w kierunku pionowym o zwrocie „w górę" i jednocześnie **nie ma** spinu pod kątem 45° do pionu „w górę", bo taki ma jego towarzysz, a byłoby to niezgodne z zasadą zachowania spinu. Co oznacza w ostatnim przypadku termin „w górę"? Każdy filtr Sterna–Gerlacha można „zorientować" poprzez oznaczenie „góry", na przykład tak jak pokazuje rys. 2. Ustalenie to pozostaje w mocy także przy obracaniu filtra.

W naszym rozumowaniu przyjęliśmy milcząco założenie, że elektron ma określony spin, także gdy go nie obserwujemy. Stanęliśmy więc na gruncie realizmu, co wydaje się dosyć rozsądnym podejściem do naszego eksperymentu. Wykonajmy serię pomiarów polegających na notowaniu faktów przejścia elektronów przez każdy z dwu filtrów Sterna–Gerlacha (patrz rys. 3) przy różnych ustawieniach kierunków przepuszczania lewego i prawego filtra. Generator znajdujący się między nimi wysyła pary splątanych elektronów w kierunku obu filtrów. Przyjmijmy więc, że

[11] John Stewart Bell – fizyk brytyjski (północnoirlandzki) (1928–1990).

- A – zbiór wyników, gdy zarejestrowaliśmy przejście elektronu przez prawy filtr ustawiony pod kątem 0° względem pionu i „do góry” (w skrócie: „w górę”/0°),
- B – zbiór wyników, gdy zarejestrowaliśmy przejście elektronu przez prawy filtr ustawiony pod kątem 45° względem pionu i „do góry” (w skrócie: „w górę”/45°),
- C – zbiór wyników, gdy zarejestrowaliśmy przejście elektronu przez prawy filtr ustawiony pod kątem 90° względem pionu i „do góry” (w skrócie: „w górę”/90°).

Dopełnienia tych zbiorów to zbiory wyników, gdy nie zarejestrowano przejścia elektronu. Na przykład „nie A” oznacza, że przez prawy filtr ustawiony pod kątem 0° względem pionu i „do góry” nie przeszedł elektron.

Spróbujmy dokonać pewnych operacji mnogościowych na wyżej zdefiniowanych zbiorach. Na przykład wyznaczmy część wspólną zbiorów A i nie B. Jak należy to rozumieć? Wynik obserwacji elektronu, u którego stwierdzono spin pionowy „w górę”, bo przeszedł przez tak ustawiony filtr, należy do zbioru A. Tymczasem drugi elektron, jego splątany towarzysz, przeszedł przez filtr ustawiony pod kątem 45° „w górę”. Można więc stwierdzić, że pierwszy elektron musi mieć przeciwny spin, czyli nie mógłby przejść przez filtr ustawiony pod kątem 45° „w górę”, a więc nie może należeć do zbioru B. Oznacza to, że należąc do zbioru A, jednocześnie należy do dopełnienia zbioru B, czyli należy do części wspólnej [A ∩ nie B] tych zbiorów.

Wyprowadzona wyżej nierówność dla liczności (inaczej: mocy) zbiorów nabrać może konkretnego sensu fizycznego i staje się wtedy jedną z możliwych wersji nierówności Bella:

Moc{„w górę”/0° i nie „w górę”/45°} + ***Moc***{„w górę”/45° i nie „w górę”/90°} ≤
≤ ***Moc***{„w górę”/0° i nie „w górę”/90°}

Spróbujmy wyrazić ją poprzez liczbę jednoczesnych przejść elektronów przez lewy (L) i prawy filtr (P). Zastosujemy notację skrótową. Na przykład zapis {„w górę”/0°/P} oznacza, że przez prawy filtr ustawiony pod kątem 0° do pionu przeszedł elektron o spinie „w górę”. Ta sama nierówność wygląda wtedy następująco:

Moc{„w górę”/0°/P i „w górę”/45°/L} + ***Moc***{„w górę”/45°/P i „w górę”/90°/L} ≤
≤ ***Moc***{„w górę”/0°/P i „w górę”/90°/L}.

W wyrażeniach po lewej stronie nierówności kierunki filtrów różnią się o 45°, a w wyrażeniu po prawej – o 90°. Jeżeli podzielimy obie strony powyższej nierówności przez liczbę wszystkich prób pomiaru spinu elektronu w dwu kierunkach, to zamiast liczności pojawią się tam wartości wyrażone przez wyżej wspomniany współczynnik κ, czyli liczby określające, jaki ułamek z liczby wszystkich obserwacji stanowią jednoczesne przejścia splątanych elektronów przez dwa filtry Sterna–Gerlacha skręcone względem siebie o pewien kąt. Przywołajmy wcześniej podane wartości tego współczynnika:

$$\kappa\ \{\text{„w górę” } P/0° \text{ i „w górę” } L/45°\} \approx 0{,}15,$$
$$\kappa\ \{\text{„w górę” } P/45° \text{ i „w górę” } L/90°\} \approx 0{,}15,$$
$$\kappa\ \{\text{„w górę” } P/0° \text{ i „w górę” } L/90°\} = 0{,}5.$$

Podstawiamy te wartości do wyprowadzonej nierówności i …

$$0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}3 < 0{,}5\ !!?$$

Nierówność nie jest spełniona! Dlaczego? Czyżby niesłuszne były założenia? Nierówność dla zbiorów wyprowadziliśmy, korzystając z *elementarnych zasad logiki i teorii mnogości*. Przyjęliśmy również w analizie eksperymentu postawę opierającą się na *realizmie poznawczym*, czyli twierdziliśmy, że *elektron ma określony kierunek spinu, nawet gdy go nie obserwujemy*. Czyżby jedno z tych założeń miałoby być nieprawdziwe? Chyba nie to pierwsze dotyczące prawdziwości logiki i teorii mnogości? Matematycy, i nie tylko oni, ostro by protestowali. W takim razie trzeba pożegnać się z drugim założeniem. A więc jednak realizm poznawczy w przypadku mikroświata nie sprawdza się?

Jest jeszcze jedno wyjście. Może elektrony, które jednak poddają się realizmowi, ale potrafią w momencie pomiaru jakoś się porozumieć i „zmówić się” tak, aby dać taki zaskakujący rezultat eksperymentu. Tylko że wtedy to fizycy zaczynają kręcić nosem, bo takie przekazywanie informacji między elektronami dokonywałoby się z szybkością przewyższającą szybkość światła uważają za niemożliwe i mają na to argumenty!

W końcu powinna paść jednak odpowiedź na tytułowe pytanie. Jak wygląda elektron, gdy nikt na niego nie patrzy? **W ogóle nie wygląda!** Gdyby „jakoś wyglądał”, to spełniałby przecież **postulat realizmu**, czyli byłby obiektem „niosącym” **konkretną** wartość cechy (np. kierunek spinu), nawet wtedy, gdyby **nie był obserwowany**. Niespełnianie nierówności Bella w sytuacji wyżej rozważanej skłania nas jednak do wątpienia w słuszność postulatu realizmu. Konsekwencją jego odrzucenia będzie stwierdzenie, że dopiero **w momencie obserwacji** elektron, czy inny obiekt żyjący w mikroświecie, ukazuje „na zawołanie” **określoną wartość cechy**. Nie można nawet powiedzieć, że jakąś ma przed lub po momencie obserwacji (pomiaru). Można raczej twierdzić, że wtedy niesie wszystkie wartości naraz „w potencjalności”, czyli innymi słowy nie ma gotowej odpowiedzi na nasze pytanie o wynik pomiaru, a jedynie posiada wszystkie „możliwości” odpowiedzi. W momencie pomiaru wybiera jedną z nich.

Oto jeszcze jedna „dziwna”, żeby nie powiedzieć „dziwaczna”, własność kwantowego mikroświata, która stawia wysokie wymagania naszej wyobraźni.

Literatura

Bell J.S., *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, Physics 1, 1964, s. 195–200, (kopia: http://www.drchinese.com/David/Bell.pdf).

Chown M., *Teoria kwantowa nie gryzie*, Zysk i S-ka, Poznań 2009.

Czachor M., *O sposobach nieistnienia*, (http://www.mif.pg.gda.pl/kft/O_sposobach_nieistnienia.doc).

Gribbin J., *W poszukiwaniu kota Schrödingera. Realizm w fizyce kwantowej*, Zysk i S-ka, Poznań 1997.

Harrison D.M., *Bell's Theorem*, (http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/BellsTheorem.html).

Mermin N.D., *Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory*, Physics Today, 1985 38-47, (http://www.iafe.uba.ar/e2e/phys230/history/moon.pdf).

Penrose R., *Nowy umysł cesarza. O komputerach, umyśle i prawach fizyki*, PWN, Warszawa 2000.

Schneider D.R., *EPR, Bell & Aspect: The Original References (in PDF Format)*, (http://www.drchinese.com/David/EPR_Bell_Aspect.htm).

internet: http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/BellsTheorem/Flash/Mermin/Mermin.html.

ABSTRACT

How does the electron look like when no-one is looking?

The paper contains a simple introduction to the Bell's inequality which is important in understanding the nature of elementary particles. The inequality was derived under "reasonable" assumption of realism and locality and is not satisfied in the quantum world of particles. It means that the above assumption does not necessarily belong to the quantum world paradigm.

Key words: Bell's inequality, Stern–Gerlach experiment, quantum mechanics, quantum entanglement, realism, locality